第 5 章　歴史的論理的

ここでは，教材はどういう順番で並べられ，構成されるべきであるかという問題について意見を述べてみたい。スプートニクショックやガガーリンショックで，アメリカが数学教育の現代化ということに取り組んだことがあった。その中の論争に，教材は歴史的に並べられるべきであるか，演繹的に並べられるべきであるか，というものがあった。現代化という運動の中には，数学教育の効率を上げるために，今までの歴史的に並べた構成から演繹的な構成に変えるべきだ，という意見があった。私が高校生の頃，初めてこの論争を聞いたとき，どちらかと言うと演繹的な再構成の方が正しいのではないかと考えていたが，この論考を考えるようになってからは，教材は歴史的な発展に即して語られるべきであると考えるようになった。以下，その理由を述べてみよう。

歴史的な数学の発展は，具体的なものから普遍的なものへの発展である。演繹的構成は，これを逆にして普遍的なものから具体的なものを導き出す構成である。マルクスは具体的なものから出発し，抽象していくことによって普遍的なものを導く方法を下向法，抽象的なものから具体的なものへの旅立ちを上向法と呼んだが，この用語を借りれば，教科書の構成は上向法的であるべきか，下向法的であるべきかということになる。いずれの方法についても，普遍的なものと具体的なものとの結合がある。我々の用語法では，内容（直観）と形式の結合がある。両者の違いは，論理から出発するのか，直観から出発するのかということである。

両者共に大事な方法であるのは，疑いのないことである。しかし，右脳を鍛えるという観点から考えるならば，歴史的な発展にしたがうべきであると思う。数学史や科学史の発展においては，直観から出発して抽象的なものを見いだしてきた。ある程度発展した段階で，演繹的構成が可能になるのである。ユークリッドが幾何学を体系化するまでには，かなりの研究の蓄積があったのである。学の発展は「具体から普遍へ，普遍から具体へ」という順番で行われているのだから，教育もこの順番で行うべきである。つまり直観からの出発ということだ。というのは，演繹的方法は，初めのうちは抽象的で具体的なものが入っていない。つまり純粋な形式になってしまっている。それに対して，「具体から普遍」への方法は，具体的なものを最後まで維持し続ける。というのは，後で詳論するように，抽象化は決して具体の捨象ではなく，具体の括弧入れなのである。普遍は干からびた普遍でなく，ヘーゲルがいう具体的普遍でなければならない。

はじめにも書いたように，幸運なことにどちらかと言うと現在の教科書は歴史的な発展の順に即して記述されている。例えば，三角関数の指導はいきなり単位円の定義から出発して，角度が 90 度未満では三角比に一致すると示す指導方法もあったわけだが，教科書では三角比を勉強してからそれを普遍化して三角関数に入る，という構成をとっている。中学 1 年生における正負の計算の章も，非常によく構成されている。はじめは，5−2 は <u>5 引く 2</u> であった。ところが負の数を勉強すると，

$$5-2=5+(-2)$$

というように，引き算を足し算に直せることがわかる。そこで数学の世界から引き算を追放して，すべては足し算であると考え，5−2 は 5**+(**−2**)**の太字部分を省略したもので <u>5 マイナス 2</u> と解釈し直すのである。すなわち，5 引く 2 は 5 マイナス 2 へとアウフヘーベン（止揚）されるのである。具体的なものから論理的なものへと記述されている。

しかし，三角関数にしても今の 5 マイナス 2 にしても，背景には三角比と 5 引く 2 がそれぞれあるのでなければならない。つまり形式となった入れ物に，いつでも意味充当ないしは直観充当がなされるのでなければならない。指導者は，一度抽象的な世界に入ると，抽象的なまま指導を続けてしまう傾向がある。ここに大きな問題点があるのである。指導者は，常に普遍的なものと具体的なものを往復しなければならないのである。

第 6 章　数学と物理

ここでは，数学は得意であるのに，物理はまったくダメという人がなぜいるのか，ということを考えてみたい。おそらく文系の人からみると，数学も物理も同じようにみえるのではないだろうか。少なくとも物理の得意であった私には，数学も物理も同じようなものだった。ところが不思議なもので，数学は非常に得意であるのに物理は苦手でどうしようもないという人がいるのである。私の推測では，物理は苦手であるというタイプは論理的なタイプ，すなわち左脳的なタイプの人なのではないだろうか。数式操作や論理的推論は得意なのであるが，イメージや直観を使って考えることが比較的苦手なのではないだろうか。物理の得意な人は，傾向としては右脳タイプの人が多いのではないか。つまり数学が得意な人は，左脳タイプと右脳タイプというように左右両方に分布しているのに対して，物理が得意な人は，右寄りに分布しているのではないか，ということだ。

以上の推論の根拠は，物理学者が例外なく，記号操作のなかに潜むイメージの大切さを強調するからである。しかし，今言ったことはあくまでも傾向として言えることであって，物理学者の中にも論理的なタイプの人はいるのである。また，論理的なタイプの数学者にしても直観を大切にしていることは，いろいろな数学者が直観の大切さを説いていることからわかる。

ただ一つだけ言えることがある。直観を協同させない，純粋に論理的なタイプの人は，物理には向かないということだ。理論物理であったとしてもである。というのは，物理の対象は自然であり，現実であるからである。理論物理学者は，論理を駆使するにしても，常にそれを自然から検証させて，自然が NO といえば，自分の論理を引き下げる人でなければならないからである。超相対性理論の信奉者たちは，こう考える。「光速より速い物理現象がないと考えるのは不自然だ。だから光速より速い物理現象を仮定してみよう」と言う。そして，過去に行くことさえ可能だと，主張するのである。これは本末転倒の考え方である。アインシュタインが光速を超える自然現象がないと仮定したのは，そう仮定すると自然現象がうまく説明できるからなのである。はじめに原理や方程式があるのではない。物理学者の絶対的にして侵すことのできない前提は自然である。

第 7 章　概念装置の検証

新しい運動が成功するかしないかは，提唱者の概念装置がしっかりしたものであるかどうかにかかっている。概念装置は，土台または基礎工事に相当するものだからである。直観，具体的普遍，形式と内容などの概念装置について，検証してみることにしよう。

私が直観という言葉に託している意味は広く深い。例えば，この直観の中にはカントのいう「感

性的直観」という意味も入っているし，フッサールのいう「本質直観」という意味も含まれている，というように。先の例で示した半分のお饅頭や半分のミカンは，「感性的直観」すなわち感覚の例になる。割合や速さのところで書いた類推的直観は，「本質直観」の例である。さらにこの直観の中に私は，勘や直感のような内容も含めて考えたい。さらに直観の中には，必ずしも具体的なものでない，第２章の実践編で示した模式図のようなものも含めて考えてみたいのである。模式図は，半分はイメージでありながら半分は論理的である。以上のように，私が直観と呼んでいるものは非常に幅が広いのである。直観という概念の中にいろいろなものを含めることで，柔軟にして多面的な指導ができると思われるからである。

直観は，「具体的なもの」や「内容」と同義のものと考えていい。それに対して，論理は「形式」「普遍的なもの」「抽象的なもの」などと深い関連を有している。形式が意味している範囲も広い。この中には公式や定理も入っているし，普遍的なものという意味も入っている。そして，形式や普遍の中には２通りの意味が入っている。１つは，干からびた形式や普遍，あるいは意味や具体を蒸留された形式や普遍であり，他の１つは内容の充実した形式や普遍である。後者の形式や普遍を「内容的形式」「具体的普遍」（これはヘーゲルから借りた概念だ）と呼びたいと思う。前者での形式や普遍が，我々が批判しようとしている立場であり，その批判のための概念装置が後者である。

前者の干からびた普遍とは，俗に蒸留法と言われる方法で抽象した普遍のことである。鉄や鉛やスズなどは，色や形や比重などの性質が違っている。これらのすべての性質を蒸留し捨象するならば，金属一般が抽象される。抽象されるために，金属一般はすべての性質を捨て去ってしまっている。したがって，ここには何も残留していない。あるのは無である。これが干からびた普遍である。

それに対して，我々の「内容的形式」ないし「具体的普遍」は，具体的なものを決して捨象しないので，内容豊富である。「具体的なものは常に普遍的であり，普遍的なものは常に具体的である。」（ヘーゲル）　我々の立場の抽象は，具体的なものの捨象ではなく，具体的なものの括弧入れであり，あるいは潜在化である。我々にとっての金属一般は，鉄や鉛やアルミニウムなどの諸性質を潜在させている。金属一般は，鉄や鉛やアルミのどの諸性質をも内包している。

記号や式という形式の中には，具体的な内容や意味が潜在しているのでなければならない。我々の目指す数学は，記号や式の操作をしているときに，頭脳にはイメージがありありと浮かんでいるのでなければならないのである。

第８章　公式による指導の問題点

行論の途中で予告しておいた，算数における公式による指導の問題点を考察してみよう。

１．公式による理解は真の理解ではない。

公式による理解は，具体的なものを捨象する理解であり，本当の理解ではない。この理解は先に書いた「干からびた形式」による理解である。そこにはイメージはどこにもない。公式は干からびた形式である。内容が捨象されているので，教科書の問題なら解けるであろうが，生活や科学研究などの実際的な場面ではまったく応用できない。日本において，ノーベル賞の受賞者が先

進国の中でも極端に少ないのは，公式による指導が要因の一つなのではないだろうか。算数指導の充実は，ノーベル賞の受賞者を増やすには絶対不可欠であると思われる。算数が直観数学を形成していくための基礎を成すものであるからである。我々の指導は，直観から始まり，普遍＝形式へと進む指導でなければならない。そのためには，算数から公式を追放して，算数を直観化しておく必要があるのである。直観算数で十分に右脳を鍛えられた生徒にとって，たとえ数学指導が形式的な指導に終始したとしても，そこから内容を読みとることは，すなわち形式に意味充当ないし直観充当することは，それほど難しいことではないからである。我々の運動の基本は，算数の直観化である。肝要なことは受肉である。血もあり肉もある算数なのである。

２．公式は本質を隠蔽し，右脳の活動を遮断する。

公式による指導のもっとも大きな問題点は，右脳の活動を遮断することである。大事なことは，１回１回原初的な場面に戻り，かけ算になるのか，わり算になるかなどを考えることであるのに，公式を導入した瞬間にこの本質的な問いを隠蔽してしまう。考えなくても済む方法が公式による理解である。これは思考の経済原則にしたがっている。思考の節約である。考えなくても済むのだから児童が大歓迎するのは当然である。公式によって考えるとき，右脳は休眠状態におかれる。したがって，直観は育たない。毎回毎回右脳に，かけ算になるのかわり算になるのかと聞くことが大切なのに，公式はこの問いを遮断してしまう。車の運転が論理の領域から直観の領域に移行していくのに大切なことが練習であり訓練であるのと同様，算数においても訓練が大切なのに，この訓練を放棄してしまうことになるのである。訓練なしに直観は育たない。訓練は，常に毎回毎回原初的な場面に立ち返って問うことによってなされる。公式は原初的な問いを遮断してしまう。

あとがき

私は能力が低く頭が悪いのに，小学校時代は授業以外何も勉強しなくても，算数は常にクラスでトップだった。これはたまたま私が，右脳（直観）を使う習性があったからにすぎない。ところが，中学に行き算数が数学に変わると，１年生のときはごく平凡な成績しかとれなかった。算数ではいい成績だったのに，数学になるとダメになる生徒がいると聞いていて，私もそれなのかとがっかりしていた。

しかし，２年生になり先生が替わると，突然私の数学の成績は学年でダントツのトップに躍り出るのである。（中学校始まって以来の大天才とまで，２年生のときの先生は兄に対して言って下さったという。）私は，つい最近まで，１年生のときの先生は嫌いではなかったが，先生との相性の問題であると思っていた。しかし，右脳（直観）数学の問題意識をもつようになってからは，大きな意味が隠されていたのではないかと考えるようになった。それは，１年という時間は，私の極端に右脳化されていた発想を左脳的な発想に変えていくために必要な時間であったのではないか，ということである。つまり，左脳を右脳に協働させるのに１年の時間を要したのではないだろうか。

能力も低く，勉強も授業以外は１秒もしたことのない私が，なぜ，学年でトップになれたのであろうか。直観算数によって，右脳を使うことを習慣づけられていたためであると思われる。右

脳を鍛えられていたことで，形式から内容を読みとる独自の思考スタイルを獲得していたためであると思われるのである。

以上の個人的経験が，私が右脳数学（直観数学）構想を書いた動機なのである。

一つだけ断り書きをさせていただきたい。私は医学（大脳生理学）については全くの素人なので，本稿で言っている思考方法が右脳によるものであるか確信をもっているわけではない。もしそこに問題があるとすれば，右脳と書いた部分は直観という言葉に置き換えて読んでいただければと思う。

本稿を読んで共感をもたれた方がいたら，是非とも直観算数・直観数学教育を研究し，実践されることを切に願っていることを，再度強調してまとめに代えたい。